

Рубцовский индустриальный институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»

СОГЛАСОВАНО

Декан ТФ

А.В. Сорокин

Рабочая программа дисциплины

Код и наименование дисциплины: **Б1.В.ДВ.1.1 «Элементы теории оптимального управления»**

Код и наименование направления подготовки (специальности): **38.03.01
Экономика**

Направленность (профиль, специализация): **Финансы и кредит**

Статус дисциплины: **элективные дисциплины (модули)**

Форма обучения: **очно - заочная**

Статус	Должность	И.О. Фамилия
Разработал	Доцент	А.С. Шевченко
Согласовал	Зав. кафедрой «ПМ»	Е.А. Дудник
	руководитель направленности (профиля) программы	Д.В. Ремизов

г. Рубцовск

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор	Содержание индикатора
ПК-1	Способен использовать методы математического и статистического анализа, экономико-математические методы для решения задач в области экономики и управления	ПК-1.2	Осуществляет экономико-математическое моделирование с применением программных средств и продуктов

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплины (практики), предшествующие изучению дисциплины, результаты освоения которых необходимы для освоения данной дисциплины.	Информатика, Информационные технологии в экономике, Математика для экономических расчетов
Дисциплины (практики), для которых результаты освоения данной дисциплины будут необходимы, как входные знания, умения и владения для их изучения.	Методы принятия управленческих решений

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося

Общий объем дисциплины в з.е. /час: 3 / 108

Форма промежуточной аттестации: Зачет

Форма обучения	Виды занятий, их трудоемкость (час.)				Объем контактной работы обучающегося с преподавателем (час)
	Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия	Самостоятельная работа	
очно - заочная	16	16	0	76	43

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Форма обучения: очно - заочная

Семестр: 5

Лекционные занятия (16ч.)

1. Основы вариационного исчисления. {с элементами электронного обучения и дистанционных образовательных технологий} (4ч.)[2,3,6,9,10] Задачи, приводящие к вариационным проблемам: задача Дидоны, задача о брахистохроне, задача о геодезических линиях, задача о минимальной поверхности. Основные определения. Вариационные задачи с неподвижными границами. Основная лемма вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума функционала (уравнение Эйлера). Простейшие случаи интегрирования уравнения Эйлера. Функционалы, зависящие от нескольких функций одной независимой переменной и их первых производных. Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка. Уравнение Эйлера-Пуассона. Вариационные задачи с подвижными границами. Задачи на условный экстремум. Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лагранжа. Необходимые условия в изопериметрической задаче. Задача Майера. Задача Больца. Применение вариационного исчисления для решения задач в области экономики и управления. Экономико-математическое моделирование задач вариационного исчисления с применением программных средств и продуктов.

2. Принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении. {лекция с разбором конкретных ситуаций} (6ч.)[3,7,8,9,10] Постановка задачи оптимального управления. Понятие управляемого объекта. Дискретные и непрерывные процессы. Фазовые координаты и управляющие параметры. Примеры задач оптимального управления. Задача Лагранжа в форме Понтрягина. Задача Лагранжа в форме Понтрягина в случае подвижных концов. Принцип максимума для непрерывных управляемых процессов. Функция Гамильтона-Понтрягина. Сопряженная система дифференциальных уравнений. Формулировка принципа максимума для простейшей задачи теории оптимального управления. Условия трансверсальности. Линейные задачи теории оптимального управления. Постановка и решение линейной задачи оптимального быстрогодействия. Теорема, выражающая достаточные условия оптимальности в линейных задачах оптимального быстрогодействия. Теорема о числе переключений. Принцип максимума для многошаговых управляемых процессов. Условия оптимальности для многошагового процесса с неограниченным управлением. Условия оптимальности для многошагового процесса при наличии ограничений на управление. Применение теории оптимального управления для решения задач в области экономики и управления. Экономико-математическое моделирование задач оптимального управления с применением программных средств и продуктов.

3. Метод динамического программирования в ситуациях многоэтапного процесса принятия решений. {лекция с разбором конкретных ситуаций} (6ч.)[4,5,7,8,9,10] Модель динамического программирования. Различные варианты формулировок принципа оптимальности. Уравнение Беллмана. Пример построения модели динамического программирования. Оптимальное распределение ресурсов. Двумерная модель распределения ресурсов. Дискретная динамическая модель оптимального распределения ресурсов. Задача об

оптимальном распределении средств между предприятиями. Оптимальное управление запасами. Оптимальная стратегия замены оборудования. Задача об оптимальном маршруте. Метод Гамильтона-Якоби-Беллмана. Уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана для непрерывных и многошаговых процессов. Теоремы о достаточных условиях оптимальности для непрерывных и многошаговых процессов. Постановка и решение задачи об оптимальном распределении инвестиций между проектами методом динамического программирования. Связь динамического программирования и принципа максимума Понтрягина, связь метода динамического программирования с вариационным исчислением. Применение динамического программирования для решения задач в области экономики и управления. Экономико-математическое моделирование задач динамического программирования с применением программных средств и продуктов.

Лабораторные работы (16ч.)

1. Применение классического вариационного исчисления для решения задач оптимального управления.(2ч.)[1,2,3,6,9,10] Экономико-математическое моделирование задач вариационного исчисления с применением программных средств и продуктов. Вариационные задачи с неподвижными границами. Простейшие случаи интегрирования уравнения Эйлера. Функционалы, зависящие от нескольких функций одной независимой переменной и их первых производных. Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка. Вариационные задачи с подвижными концами и границами. Задачи на условный экстремум. Задача Майера. Задача Больца. Задача Дидоны. Модель регулирования трудовыми ресурсами.

2. Применение принципа максимума Понтрягина для решения задач оптимального управления.(3ч.)[3,7,8,9,10] Экономико-математическое моделирование задач оптимального управления с применением программных средств и продуктов. Решение задач оптимального управления с использованием принципа максимума Понтрягина. Исследование однопродуктовой модели оптимального развития экономики. Исследование модели двухсекторной экономики. Случай замкнутой экономики, в которой взаимодействуют два основных фонда: производство средств и производство товаров потребления. Задача оптимального управления инвестициями в двухсекторной экономике. Задача бизнес –стратегии. Задача календарного планирования поставки продукции.

3. Тестирование по теме "Принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении".(1ч.)[1,3,7,8,9,10]

4. Применение динамического программирования для моделирования социально-экономических процессов.(6ч.)[3,4,5,7,8,9,10] Экономико-математическое моделирование типовых математических задач, используемые при принятии управленческих решений, с применением программных средств и продуктов.

Задача оптимального распределения ресурсов. Задача распределения инвестиций. Задача об оптимальном распределении средств между предприятиями. Задача замены оборудования. Задача об оптимальном маршруте. Задача о загрузке транспортного средства.

5. Применение метода динамического программирования Гамильтона-Якоби-Беллмана для решения задачи управления экономическими проектами.(2ч.)[4,7,8,9,10] Решение задач оптимального управления для многошаговых процессов методом Гамильтона-Якоби-Беллмана. Экономико-математическое моделирование задачи об оптимальном распределении инвестиций между проектами с применением программных средств и продуктов.

6. Контрольная работа по теме "Метод динамического программирования".(2ч.)[1,3,4,7,8,9,10]

Самостоятельная работа (76ч.)

1. Подготовка к лабораторным занятиям.(48ч.)[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]

2. Подготовка к текущему контролю успеваемости (контрольным работам, тестированию).(16ч.)[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]

3. Подготовка к зачету.(12ч.)[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]

5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Для каждого обучающегося обеспечен индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечным системам, электронной библиотеке АлтГТУ и к электронной информационно-образовательной среде:

1. Шевченко, А.С. Элементы теории оптимального управления: методические указания к выполнению контрольной работы для студентов направлений подготовки 38.03.01 «Экономика», 38.03.02 «Менеджмент организации» всех форм обучения / А.С. Шевченко. – Рубцовск: РИИ, 2021. – 23 с. URL:[https://edu.rubinst.ru/resources/books/Shevchenko_A.S._Yelementy_teorii_optimal'nogo_upravleniya_\(kontr.rab.\)_2021.pdf](https://edu.rubinst.ru/resources/books/Shevchenko_A.S._Yelementy_teorii_optimal'nogo_upravleniya_(kontr.rab.)_2021.pdf) (дата обращения 30.08.2021)

6. Перечень учебной литературы

6.1. Основная литература

2. Бренерман, М.Х. Вариационное исчисление : учебное пособие / М.Х. Бренерман, В.А. Жихарев ; Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2017. – 148 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500496> (дата обращения: 13.12.2020).

3. Крутиков, В.Н. Методы оптимизации : учебное пособие : [16+] / В.Н. Крутиков, В.В. Мешечкин ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд.,

исправ. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 106 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600281> (дата обращения: 13.12.2020).

4. Новиков, А. И. Экономико-математические методы и модели : учебник / А. И. Новиков. – Москва: Дашков и К, 2020. – 532 с.: ил. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573375> (дата обращения: 24.02.2022).

5. Самков, Т.Л. Математические методы исследования экономики и математическое программирование : учебное пособие : [16+] / Т.Л. Самков ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018. – 115 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575280> (дата обращения: 13.12.2020).

6.2. Дополнительная литература

6. Бренерман, М. Х. Вариационное исчисление: учебное пособие / М. Х. Бренерман, В. А. Жихарев; Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань: Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2017. – 148 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500496> (дата обращения: 24.02.2022).

7. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебник / Ф.П. Васильев. – Изд. нов., перераб. и доп. – Москва : МЦНМО, 2011. – Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. – 620 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313> (дата обращения: 13.12.2020).

8. Лагоша, Б.А. Оптимальное управление в экономике : учебное пособие / Б.А. Лагоша. – Москва : Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004. – 133 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90665> (дата обращения: 13.12.2020).

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

9. <https://www.hse.ru/data/2012/04/13/1251558143/text.pdf>

10. <https://cyberleninka.ru/article/n/teoriya-optimalnogo-upravleniya>

8. Фонд оценочных материалов для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Содержание промежуточной аттестации раскрывается в комплекте контролирующих материалов, предназначенных для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям ФГОС, которые хранятся на кафедре-разработчике РПД в печатном виде и в ЭИОС.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) по дисциплине представлен в приложении

А.

9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Для успешного освоения дисциплины используются ресурсы электронной информационно-образовательной среды, образовательные интернет-порталы, глобальная компьютерная сеть Интернет. В процессе изучения дисциплины происходит интерактивное взаимодействие обучающегося с преподавателем через личный кабинет студента.

№пп	Используемое программное обеспечение
1	LibreOffice
2	Windows
3	Антивирус Kaspersky

№пп	Используемые профессиональные базы данных и информационные справочные системы
1	Бесплатная электронная библиотека онлайн "Единое окно к образовательным ресурсам" для студентов и преподавателей; каталог ссылок на образовательные интернет-ресурсы (http://Window.edu.ru)
2	Национальная электронная библиотека (НЭБ) — свободный доступ читателей к фондам российских библиотек. Содержит коллекции оцифрованных документов (как открытого доступа, так и ограниченных авторским правом), а также каталог изданий, хранящихся в библиотеках России. (http://нэб.рф/)

10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
учебные аудитории для проведения учебных занятий
помещения для самостоятельной работы

Материально-техническое обеспечение и организация образовательного процесса по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с «Положением об обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья».

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Элементы теории оптимального управления»

1. Перечень оценочных средств для компетенций, формируемых в результате освоения дисциплины

Код контролируемой компетенции	Способ оценивания	Оценочное средство
ПК-1: Способен использовать методы математического и статистического анализа, экономико-математические методы для решения задач в области экономики и управления	Зачет	Комплект контролирующих материалов для зачета

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции представлены в разделе «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций» рабочей программы дисциплины «Элементы теории оптимального управления».

При оценивании сформированности компетенций по дисциплине «Элементы теории оптимального управления» используется 100-балльная шкала.

Критерий	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по традиционной шкале
Студент освоил изучаемый материал, выполняет задания в соответствии с индикаторами достижения компетенций, может допускать отдельные ошибки.	25-100	<i>Зачтено</i>
Студент не освоил основное содержание изученного материала, задания в соответствии с индикаторами достижения компетенций не выполнены или выполнены неверно.	0-24	<i>Не зачтено</i>

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки уровня достижения компетенций в соответствии с индикаторами

1.Задания на осуществление экономико-математического моделирования с применением программных средств и продуктов

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ПК-1 Способен использовать методы математического и статистического анализа, экономико-математические методы для решения задач в области экономики и управления	ПК-1.2 Осуществляет экономико-математическое моделирование с применение программных средств и продуктов

Осуществите экономико-математическое моделирование следующих задач с применением программных средств и продуктов:

1. Для модернизации производства на 4-х предприятиях выделены денежные средства в размере 100 млн. ден. ед. По каждому из 4-х предприятий известен возможный прирост $q_i(x)$ ($i = \overline{1,4}$) выпуска продукции в зависимости от выделенной ему суммы x . Требуется:

Распределить средства в 100 млн. ден. ед. между предприятиями так, чтобы суммарный прирост выпуска продукции на всех 4-х предприятиях был максимальным.

Используя выполненное решение основной задачи найти оптимальное распределение 100 млн. ден. ед. между тремя предприятиями.

Исходные данные приведены в таблице.

Выделенные средства	Прирост			
	$q_1(x)$	$q_2(x)$	$q_3(x)$	$q_4(x)$
20	8	12	7	9
40	19	25	15	18
60	30	51	52	29
80	47	58	59	41
100	58	69	60	60

2. В начале планового периода продолжительностью $N=7$ лет имеется оборудование возраста $t=6$. Известны стоимость $r(t)$ продукции, производимой в течение года с использованием этого оборудования; ежегодные расходы $u(t)$, связанные с эксплуатацией оборудования; его остаточная стоимость $s=2$; стоимость $p=14$ нового оборудования (затраты на установку, наладку и запуск). Требуется:

Пользуясь функциональными уравнениями составить матрицу максимальных прибылей $F_n(t)$ за 7 лет.

Сформировать по матрице максимальных прибылей оптимальные стратегии замены оборудования возраста 5 лет в плановом периоде продолжительностью соответственно 7 лет.

Исходные данные приведены в таблице:

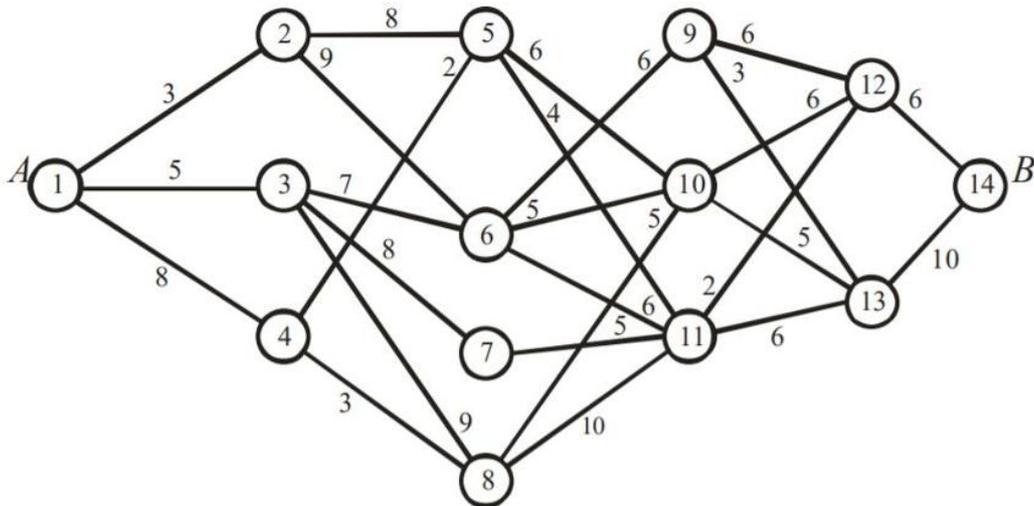
Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7
$r(t)$	24	23	22	21	21	21	21	20
$u(t)$	14	15	15	16	16	17	18	19

3. Планируется деятельность двух предприятий в течение n лет. Начальные средства составляют S_0 . Средства x , вложенные в предприятие I, приносят к концу года доход $f_1(x)$ и возвращаются в размере $\varphi_1(x) < x$; аналогично, средства x , вложенные в предприятие II, дают доход $f_2(x)$ и возвращаются в размере $\varphi_2(x) < x$. По истечении года все оставшиеся средства заново распределяются между предприятиями I и II, новых средств не поступает, и доход в производство не вкладывается.

Требуется найти оптимальный способ распределения имеющихся средств: $S_0 = 10000$; $n=4$; $f_1(x) = 0.6x$, $f_2(x) = 0.1x$; $\varphi_1(x) = 0,2x$; $\varphi_2(x) = 0.3x^2$.

4. На заданной сети дорог имеется несколько маршрутов по доставке груза из пункта A в пункт B. Стоимость перевозки единицы груза между отдельными пунктами

сети проставлена у ребер. Необходимо определить оптимальный маршрут доставки груза из пункта A в пункт B , который обеспечил бы минимальные транспортные расходы.



5. Рассчитать план поставок и хранения сырья на 3 месяца из условия минимизации общих затрат. Потребность сырья по месяцам планового периода 150, 50, 100 единиц. Пополнение запаса производится партиями по 25 единиц. На начало планового периода на складах предприятия имеется запас в 25 единиц. На складе может храниться не более 300 единиц сырья. К концу планового периода весь запас сырья должен быть израсходован.

Затраты на пополнение запасов $P(x)$ заданы таблично.

X	0	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300
$P(x)$	0	50	48	44	40	36	32	27	24	22	21	21	20

Затраты на хранение сырья на складах $\varphi(y)$ также заданы таблично.

Y	0	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325
$\varphi(y)$	0	3	8	15	30	36	41	41	46	50	51	53	54	56

6. Найдите оптимальное потребление в модели Рамсея

$$\int_0^T u(c(t)) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max,$$

$$\frac{dw}{dt} = \beta w(t) - c(t), \quad w(0) = w_0, \quad w(T) = 0,$$

$$0 \leq c(t) \leq w(t)$$

в случае, когда функция полезности $u(c)$ имеет вид: а) $u(c) = \ln c$; б) $u(c) = c^\alpha$, $0 < \alpha < 1$.

Здесь $w(t)$ – богатство потребителя, $c(t)$ – потребление, δ – ставка дисконтирования, β – коэффициент прироста богатства.

7. Инвестор выделяет средства в размере 5 тыс. ден. ед., которые должны быть распределены между тремя предприятиями. Требуется, используя принцип оптимальности Беллмана, построить план распределения инвестиций между предприятиями,

обеспечивающий наибольшую общую прибыль, если каждое предприятие при инвестировании в него средств x тыс. ден. ед. приносит прибыль $p_i(x)$ тыс. ден. ед. ($i=1, 2$ и 3) по следующим данным:

Инвестирование средств (тыс. ден. ед.)	Прибыль (тыс. ден. ед.)		
	$p_1(x)$	$p_2(x)$	$p_3(x)$
x			
1	3,22	3,33	4,27
2	3,57	4,87	7,64
3	4,12	5,26	10,25
4	4	7,34	15,93
5	4,85	9,49	16,12

4. Файл и/или БТЗ с полным комплектом оценочных материалов прилагается.